

*Estatuto para los números reales: Una herramienta para el aprendizaje formal de las operaciones básicas de matemáticas.*

*Consuelo Valle Espinosa*

*Rafael Hernández-Walls*

*Facultad de Ciencias Marinas,  
Universidad Autónoma de Baja California*

## **Resumen**

El presente trabajo muestra la propuesta de una herramienta didáctica para enseñar matemáticas, esta herramienta está basada en la forma que tiene un estatuto laboral. Donde bajo normas que rigen las libertades y obligaciones de los números reales se pretende dejar claro la formalidad de las operaciones básicas que se pueden efectuar con los números reales, base fundamental de todo curso de matemáticas a cualquier nivel de enseñanza superior.

**Palabras Clave:** aprendizaje, aprovechamiento escolar, enseñanza de las matemáticas, eficiencia.

## **Introducción:**

El inicio de un curso de matemáticas básicas a nivel universitario requiere destrezas en la realización de las operaciones de; adición, sustracción, multiplicación y división en el conjunto de los números reales y es la base sobre la cual se erige la estructura de las Matemáticas.

El conocimiento de los principios de la Aritmética es esencial para el estudio de todas las ramas de las matemáticas. El tratamiento de su axiomática es una preocupación frecuente por parte del profesor en relación con la presentación de los temas, lo que sobrepasa la exposición, debido a que hay que demostrar proposiciones de acuerdo con un

marco teórico que la mayoría de las veces no se le asigna tiempo en los programas de estudio de los primeros semestres de carreras universitarias. Esto hace que la mayoría de profesores enfrenten el dilema de que es conocido y donde se debe empezar.

El presente material tiene como objetivo lograr que el estudiante recuerde, actualice o en su caso conozca las operaciones básicas de los números reales y algunas de sus propiedades. Su presentación ha sido concebida como un estatuto de trabajo tratando de imitar la forma de presentación de las leyes orgánicas que tienen como objetivo presentar el desarrollo de los derechos fundamentales y de las libertades públicas.

Los autores hemos hecho un esfuerzo de presentar el material lo más cercano posible al lenguaje coloquial con el propósito de obtener una mejor comprensión por parte de los estudiantes de los conceptos que son prerrequisitos básicos para nuestros cursos de matemáticas del primer semestre de las carreras que se imparten en la Facultad de Ciencias Marinas de la UABC.

### *Estatuto General de Trabajo*

#### EXPOSICIÓN DE MOTIVOS

La aritmética como toda creación del hombre, tiene una estructura lógica, y dentro de ella existen reglas que norman su buen uso. Todo usuario de esta herramienta matemática tiene que sujetarse a sus principios y propiedades ya que han sido elaboradas desde hace muchos años con el propósito de evitar confusión en su aplicación.

En las leyes que rigen la buena utilización de esta herramienta es fácil identificar ciertos rasgos característicos de la matemática: su abstracción, su precisión, su rigor lógico, el irrefutable carácter de sus conclusiones y finalmente, el campo excepcionalmente amplio de sus aplicaciones.

Los conceptos y conclusiones de la aritmética, generalizan una enorme cantidad de experiencia y reflejan en forma abstracta aquellas relaciones del mundo real que se encuentran cotidianamente.

El presente estatuto tiene como finalidad presentar por escrito al usuario del sistema de números reales los criterios generales con los cuales normar su trabajo.

## TITULO I

### DE LAS GARANTIAS DE LOS NÚMEROS REALES

Art.1.- Son números reales todos aquellos números que sean elementos del conjunto unión de los números naturales, enteros, racionales e irracionales.

- a. El número que se considera como racional es aquel que puede ser representado por la forma racional  $a/b$ , donde  $a$  y  $b$  representan números enteros, siempre y cuando  $b$  no sea cero. Dando lugar a que su parte decimal se presente de forma periódica.
- b. El número que se considera irracional es aquel que tiene su parte decimal de forma no periódica.

Art.2.- Cada par de números reales ( $a$  ,  $b$ ) tienen derecho de producir dos operaciones básicas cuyos resultados son únicos, estas se denominarán como:

- a. Suma, y se denota como  $a + b$
- b. Producto, y se denota como  $a \cdot b$

## TITULO II

### DE LO RELACIONADO CON LAS OPERACIONES BÁSICAS

Art.4.- La suma y el producto de números reales gozan del derecho de asociación, esto es:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Art.5.- La suma y el producto de números reales gozarán del derecho de conmutar sus términos, esto es:

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Art.6.- Queda garantizada la existencia de los números  $0$  y  $1$  que son los únicos números reales que gozan de las siguientes garantías:

a.  $a + 0 = a$  para todo número real  $a$

b.  $a \cdot 1 = a$  para todo número  $a$

Art.7.- Cada número real  $a$  posee un único inverso aditivo  $-a$  que deberá de cumplir con la siguiente obligación:

$$a + (-a) = -a + a = 0$$

Art.8.- Cada número real  $a$  diferente de cero, posee un único inverso multiplicativo, que se denota como  $a^{-1}$ , y este deberá cumplir con la siguiente obligación:

$$a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$$

Art.9.- La operación producto goza de la garantía de distribuir la operación suma, en los en los siguientes términos:

Si  $a, b, c$  son números reales entonces:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

### TITULO III

#### DE LO RELACIONADO CON LA IGUALDAD

Art.10.- Para que dos números reales  $a, b$  sean iguales, es necesario que cumplan con la siguiente obligación:

$$a + (-b) = 0$$

Art.11.- Todo número real tendrá el derecho de ser sumado o multiplicado en ambos lados de una igualdad sin que esta se altere.

### TITULO IV

#### DE LO RELACIONADO CON LAS RELACIONES DE ORDEN

Art.12.- Para que un número real  $a$  sea mayor que otro número real  $b$  se necesita que  $a - b$  sea positivo. Ahora bien, si  $a - b$  es negativo entonces obligatoriamente el número real  $a$  es menor que el número real  $b$ .

Art.13.- Cada par de números reales  $(a, b)$  sólo podrá cumplir con una de las siguientes facultades:

a.  $a < b$

b.  $a = b$

c.  $a > b$

Art.14.- Si un número real  $a$  es menor que otro número real  $b$ , y este a su vez es menor que otro número real  $c$ , entonces  $a$  debe ser menor que  $c$ , esto es:

$$a < b \text{ y } b < c \text{ entonces } a < c$$

Art.15.- Si un número real  $a$  es menor que otro número  $b$ , entonces para todo número real  $c$  se tiene que:

$$a + c < b + c$$

Art.16.- Si un número real  $a$  es menor que otro número real  $b$ , entonces para todo número real  $c$  se cumple alguna de las siguientes facultades:

a.  $a \cdot c < b \cdot c$  siempre y cuando  $c$  es mayor que cero.

b.  $a \cdot c > b \cdot c$  siempre y cuando  $c$  es menor que cero.

## TITULO V

### DE LO RELACIONADO CON EL NÚMERO REAL CERO

Art.17.- El número real cero es el único número real que goza de la facultad que al ser multiplicado por cualquier otro número, su resultado produce el número cero.

Art.18.- Si el producto de dos números reales es cero, entonces, obligatoriamente uno de ellos es cero.

## TITULO VI

### DE LO RELACIONADO CON LAS LEYES DE LOS SIGNOS

Art.19.- Si dos números reales tienen el mismo signo su producto es positivo.

Art.20.- Si dos números reales tienen signos opuestos, entonces su producto es negativo.

TITULO VII  
DE LO RELACIONADO CON LAS OPERACIONES SECUNDARIAS  
CAPÍTULO I.- DE LA EXPONENCIACIÓN

Art.21.- Todo número real goza del derecho de poder ser multiplicado por sí mismo un número  $n$  veces, a esto le denomina exponenciación:

$$a a a \dots a = a^n \quad (n \text{ veces})$$

Art.22.- Todo par de números reales ( $\mathbf{a}$  ,  $\mathbf{b}$ ) y todo par de números enteros positivos ( $m$  ,  $n$ ) gozan de las siguientes garantías:

a.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

b.  $(a^m)^n = a^{m(n)}$

c.  $(ab)^n = a^n b^n$

Art.23.- Sólo cuando el denominador es distinto de cero se cumple que:

$$\left[ \frac{a}{b} \right]^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Art.24.- De acuerdo al artículo 23, para el caso particular cuando  $m = n$  se tiene que todo número real elevado a la potencia cero tiene la obligación de producir el número real 1, esto es:

$$\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$$

Art.25.- Sólo para números reales distintos de cero se cumple:

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} = a^{m-n}$$

## CAPÍTULO I.- DE LA RADICACIÓN

Art.26.- Sólo los números reales mayores o iguales a cero tienen derecho a tener su raíz cuadrada principal. Esto es, si  $a$  es mayor o igual a cero entonces  $a^{1/2}$  es el número real  $b$  no negativo que cumple con la obligación siguiente:

$$b^2 = a$$

Art.27.- Sólo los números reales ( $a$ ,  $b$ ) positivos tienen derecho a tener definida su  $n$ -ésima raíz principal que cumple con la siguiente obligación:

$$a^{1/n} = b$$

si y sólo si

$$b^n = a$$

para cuando  $n$  es entero positivo

Art.28.-Para el caso en que dos números reales ( $a$ ,  $b$ ) ambos sean negativos, y además  $n$  sea un entero positivo impar también tendrán derecho a poseer su  $n$ -ésima raíz principal que deberá cumplir con la siguiente obligación:

$$a^{1/n} = b$$

si y sólo si

$$b^n = a$$

Art.29.- Para el caso en que las  $n$ -ésimas raíces existan, estas gozarán de los siguientes derechos:

$$(a \cdot b)^{1/n} = a^{1/n} \cdot b^{1/n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{1/n} = \frac{a^{1/n}}{b^{1/n}}$$

## TITULO VIII DE LAS PROHIBICIONES

Art.30.- Queda terminantemente prohibido la división entre cero.

Art.31.- Queda terminantemente prohibido extraer la raíz cuadrada de un número negativo.

## TITULO IX TRANSITORIOS

Art.33.- Cualquier asunto no considerado en el presente reglamento será resuelto por el comité de axiomas y teoremas de la rama de las matemáticas denominada Álgebra.